

# Общая информация по задачам олимпиады

## Доступ к результатам проверки решений задач во время тура

В течение тура по каждой задаче можно отправить не более 40 решений и получить информацию о результатах оценивания решения на тестах жюри.

## Требования к программам

Во всех задачах размер файла с исходным кодом решения не должен превышать 256 КБ. В каждой задаче входные данные необходимо считывать из стандартного потока ввода, выходные данные необходимо выводить в стандартный поток вывода.

## Процесс тестирования

Перед решением задачи ознакомьтесь с системой оценки решения. Обратите внимание, в некоторых задачах очередная подзадача будет тестироваться, только если пройдены все тесты предыдущих подзадач.

## Сложность и порядок задач

Задачи муниципального этапа по информатике упорядочены примерно по возрастанию сложности. Полное решение каждой задачи оценивается в 100 баллов.

## Ограничения

Задачи	Ограничение по времени	Ограничение по памяти	Получение результатов во время тура
<b>А. Интересные числа</b>	1 секунда	256 МБ	Для каждой подзадачи сообщаются только баллы за пройденные тесты этой подзадачи.
<b>В. Кофейные автоматы</b>	1 секунда	256 МБ	Для каждой подзадачи сообщаются только баллы за пройденные тесты этой подзадачи.
<b>С. Приборная панель</b>	1 секунда	256 МБ	Для каждой подзадачи сообщаются только баллы за пройденные тесты этой подзадачи.
<b>Д. Комбинаторная система</b>	1 секунда	256 МБ	Для каждой подзадачи сообщаются только баллы за пройденные тесты этой подзадачи.

С результатами проверки решений задач, тестами, решениями жюри, а также письменным разбором задач можно ознакомиться после окончания тура на сайте <http://kpfu.ru/math/olimpiady-dlya-shkolnikov-i-studentov/olimpiady-shkolnikov-po-informatike>

## Задача А. Интересные числа

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Нил Слоунов – известный любитель и коллекционер числовых последовательностей. Одна из его недавних находок — последовательность интересных чисел. Целое положительное число  $n$  Нил называет *интересным*, если  $n$  делится на свою последнюю (справа) цифру. Например, число 25 – интересное, а число 27 – не интересное. В настоящее время Нил Слоунов изучает закономерности распределения интересных чисел в ряду натуральных чисел.

Вам необходимо составить программу, которая вычисляет количество интересных чисел, не превосходящих заданного числа  $r$ .

### Формат входных данных

В единственной строке записано одно целое число  $r$  ( $1 \leq r \leq 10^{18}$ ).

### Формат выходных данных

Выведите количество целых положительных чисел, не превосходящих  $r$ , которые делятся без остатка на свою последнюю цифру.

### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи	Информация о проверке
1	20	$1 \leq r \leq 20$		баллы
2	40	$1 \leq r \leq 10^6$	1	баллы
3	40	$1 \leq r \leq 10^{18}$	1, 2	баллы

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
9	9
20	12

## Задача В. Кофейные автоматы

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Ильнур – большой любитель кофе. В офисе, где он работает, есть  $q$  кофейных автоматов.

Цены на кофе в разных кофе-автоматах отличаются, причём каждый из них принимает и выдаёт сдачу купюрами только двух номиналов —  $a_i$  и  $b_i$  тугриков ( $1 \leq i \leq q$ ). Перед посещением  $i$ -го кофе-автомата Ильнур берёт с собой банкноты достоинством  $a_i$  и  $b_i$  тугриков и пытается расплатиться ими за кофе стоимостью  $c_i$  тугриков. Однако ему это не всегда удаётся. Например, если кофейный автомат принимает и выдаёт сдачу только купюрами номиналом 2 и 4 тугрика, и такие же купюры у Ильнура, то он не сможет расплатиться за кофе стоимостью 1 тугрик. Если же автомат использует только купюры в 3 и 5 тугриков, то он может заплатить за кофе, предлагая, например, две купюры по 5 тугриков, и получив сдачу из автомата тремя купюрами по 3 тугрика.

Ваша задача — по заданной стоимости кофе в различных кофейных автоматах офиса определить, сможет ли Ильнур расплатиться в каждом из них.

### Формат входных данных

Первая строка содержит одно целое  $q$  — число кофе-автоматов в офисе ( $1 \leq q \leq 100$ ).

В следующих  $q$  строках записаны три целых числа  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ , где  $a_i$  и  $b_i$  — номиналы купюр, которые используются в  $i$ -м кофейном автомате ( $1 \leq a_i, b_i \leq 10^{18}$ ),  $c_i$  — стоимость кофе в  $i$ -м автомате ( $1 \leq c_i \leq 10^{18}$ ).

### Формат выходных данных

Выходные данные содержат  $q$  строк. В  $i$ -й строке запишите **yes**, если в  $i$ -м кофейном автомате Ильнур сможет расплатиться банкнотами  $a_i$  и  $b_i$  тугриков, иначе — запишите **no**.

### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи	Информация о проверке
1	10	$1 \leq a_i, b_i \leq 10^2, c_i = 1$		баллы
2	20	$1 \leq a_i, b_i, c_i \leq 10^2$	1	баллы
3	15	$1 \leq a_i \leq 10^2,$ $1 \leq b_i, c_i \leq 10^9$	1, 2	баллы
4	10	$1 \leq a_i, b_i, c_i \leq 10^9,$ $a_i$ и $b_i$ — простые числа		баллы
5	25	$1 \leq a_i, b_i, c_i \leq 10^9$	1, 2, 3, 4	баллы
6	20	$1 \leq a_i, b_i, c_i \leq 10^{18}$	1, 2, 3, 4, 5	баллы

## Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 2 4 1	no
2 1 3 2 3 18 2	yes no

## Задача С. Приборная панель

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В здании известной IT-компании ровно  $n$  комнат, в каждой — по одной лампочке. Первоначально лампочки во всех комнатах выключены. Все комнаты пронумерованы натуральными числами от 1 до  $n$ .

Электрик Петров управляет освещенностью здания с помощью приборной панели с  $n$  кнопками, которые также пронумерованы числами от 1 до  $n$ . Нажатие на кнопку  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) меняет состояние лампочек одновременно во *всех* комнатах, номера которых делятся на число  $i$  — после её нажатия каждая выключенная лампочка в этих комнатах будет включена, а каждая включённая лампочка в этих комнатах будет выключена. Например, после нажатия кнопок 1 и 2 сначала будут включены лампочки во всех комнатах здания, затем в комнатах с чётными номерами лампочки будут выключены, а в комнатах с нечётными номерами останутся включёнными.

Во время своего дежурства электрик Петров должен включить лампочки ровно в  $k$  комнатах с номерами  $a_1, a_2 \dots a_k$ . Вам необходимо составить программу, которая по заданным номерам этих комнат определяет номера кнопок в порядке их нажатия.

### Формат входных данных

В первой строке записаны два целых числа  $n$  и  $k$  — количество комнат в здании ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) и количество комнат, где должны быть включены лампочки ( $1 \leq k \leq n$ ).

Во второй строке записаны  $k$  разделённых пробелами различных целых чисел  $a_1, a_2 \dots a_k$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ), указывающих номера этих комнат.

### Формат выходных данных

Выведите  $-1$ , если невозможно найти нужную последовательность кнопок для освещения комнат с номерами  $a_1, a_2 \dots a_k$ . Иначе, выведите  $m$  — *наименьшее* количество кнопок, которые необходимо нажать электрику Петрову для освещения этих комнат, и в следующей строке выведите  $m$  чисел — номера требуемых кнопок в порядке их возрастания. Если решений несколько, выведите любое из них.

### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи	Информация о проверке
1	25	$1 \leq n \leq 10$		баллы
2	35	$1 \leq n \leq 100$	1	баллы
3	40	$1 \leq n \leq 10^5$	1, 2	баллы

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
10 3 7 3 9	3 3 6 7

### Замечание

В примере требуется включить лампочки в трёх комнатах с номерами 7, 3, 9. Для этого используем три кнопки 3, 6 и 7. После нажатия кнопки 3 включатся лампочки в комнатах 3, 6 и 9, их номера делятся на номер кнопки 3. После нажатия кнопки 6 погаснет лампочка в комнате 6, её номер делится на номер кнопки 6. Наконец, после нажатия кнопки 7 включится лампочка в комнате 7. Таким образом, останутся включены лампочки в комнатах с номерами 3, 7, 9.

## Задача D. Комбинаторная система

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Новейшая комбинаторная система счисления — самая универсальная и комбинаторная во всём мире! Суперглавные специалисты Министерства Перестановок, Сочетаний и Размещений разработали замечательную систему позиционного шифрования. Каждое целое положительное число  $n$  в этой системе по основанию  $m$  они представляют в виде суммы  $m$  слагаемых:

$$n = C_{x_m}^m + C_{x_{m-1}}^{m-1} + C_{x_{m-2}}^{m-2} + \dots + C_{x_1}^1,$$

причем  $x_m, x_{m-1}, \dots, x_1$  — целые числа такие, что  $x_m > x_{m-1} > \dots > x_1 \geq 0$ . Числа  $C_k^m = \frac{k!}{m!(k-m)!}$  специалисты этого ведомства называют комбинаторными коэффициентами. Каждое число  $n$  в новой системе записывается в виде  $n = \overline{(x_m)(x_{m-1}) \dots (x_1)}$ , причём считается, что  $0! = 1$  и  $C_k^m = 0$ , если  $m > k$ . Например, число 9 в комбинаторной системе по основанию 3 записывается в виде  $(4)(3)(2)$ , так как  $9 = C_4^3 + C_3^3 + C_2^3$ , а число 1 в этой системе по основанию 2 выглядит так:  $(2)(0)$ , поскольку  $1 = C_2^2 + C_0^1$ .

Вам необходимо составить программу, которая находит представление целого положительного числа  $n$  в комбинаторной системе счисления по основанию  $m$ .

### Формат входных данных

В единственной строке записаны два целых числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n \leq 10^{16}$ ,  $2 \leq m \leq 10^3$ ).

### Формат выходных данных

Единственная строка должна содержать последовательность из  $m$  разделенных пробелом целых чисел  $x_m, \dots, x_2, x_1$ , образующих запись числа  $n$  в комбинаторной системе счисления. Число  $x_m$  является первой (слева) цифрой в записи числа  $n$ , а  $x_1$  — его последней цифрой.

### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи	Информация о проверке
1	10	$1 \leq n \leq 10^2$ , $2 \leq m \leq 3$		баллы
2	20	$1 \leq n \leq 10^5$ , $2 \leq m \leq 3$	1	баллы
3	30	$1 \leq n \leq 10^6$ , $2 \leq m \leq 10^3$	1, 2	баллы
4	40	$1 \leq n \leq 10^{16}$ , $2 \leq m \leq 10^3$	1, 2, 3	баллы

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
9 3	4 3 2
5 2	3 2